

Ο ΛΟΓΟΣ ΠΕΡΊ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

- ▶ Η αιτία, ο λόγος της βασικής θεωρίας πιθανοτήτων είναι η μελέτη της **αβεβαιότητας** καταστάσεων/προβλημάτων με σκοπό την

1. **Πρόβλεψη**

2. **Λήψη Αποφάσεων**

- ▶ Αναφορά σε χρήση πιθανοτήτων σε προβλήματα καθημερινότητας
- ▶ Ιστορική Αναδρομή βασικής θεωρίας
- ▶ Στοιχεία Θεωρίας Πιθανοτήτων
- ▶ Στατιστική ως μια από τις εφαρμογές

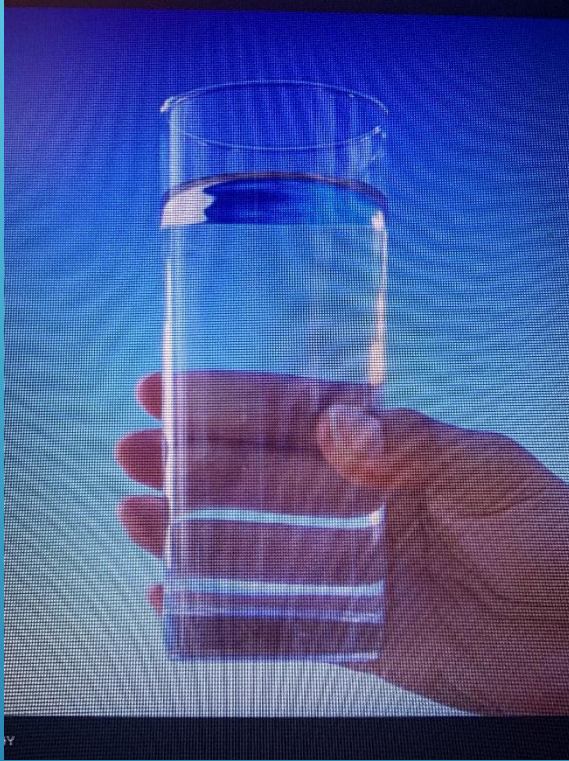
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΟΜΙΛΙΑΣ:



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Δημήτρης Π. Μπερτσεκάς | Γιάννης Ν. Τσ

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΣ: Ο ΚΟΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ



ΒΕΒΑΙΟΤΗΣ: (Α) ΕΑΝ ΓΥΡΊΣΟΥΜΕ ΤΟ ΠΟΤΗΡΙ ΑΝΑΠΟΔΑ ΘΑ
ΧΗΘΕΙ ΤΟ ΝΕΡΟ. (Β) ΕΑΝ ΤΟ ΕΡΩΤΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ ΠΟΙΟ ΜΕΓΑΛΟΣ
ΣΤΗΝ ΗΛΙΚΙΑ ΤΟ ΕΓΓΟΝΑΚΙ Η Η ΓΙΑΓΙΑ, Η ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΕΙΝΑΙ Η ΓΙΑΓΙΑ

- ▶ Πρόβλεψη καιρικών συνθηκών
- ▶ Στοιχήματα σε αγώνες ποδοσφαίρου
- ▶ Πολιτική
- ▶ Πρόβλεψη πωλήσεων
- ▶ Ασφάλεια ζωής
- ▶ Σούπερ μάρκετ
- ▶ Φυσικές καταστροφές
- ▶ Κίνηση οχημάτων
- ▶ Χρηματιστηριακές προβλέψεις
- ▶ Παιγνίδια καρτών

10 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΤΗΤΑ

- ▶ **Προ Χριστού:** Τα τυχερά παιγνίδια ήταν δημοφιλή στην Αρχαία Ελλάδα και Ρώμη, χωρίς να υπάρχει επιστημονική ανάπτυξη πιθανόν διότι το σύστημα αριθμών δεν διευκόλυνε τις αλγεβρικές πράξεις. Η ανάπτυξη της θεωρίας βασίστηκε στο αριθμητικό σύστημα των Αράβων και Ινδών και αναπτύχθηκε μέχρι και την Αναγέννηση.
- ▶ **16^{ος} Αιώνας:** Ο Girolamo Cardano Ιταλός μαθηματικός δημοσιεύει σωστές μεθόδους για υπολογισμό πιθανοτήτων για τυχερά παιγνίδια.
- ▶ **17^{ος} Αιώνας:** μια αλληλογραφία μεταξύ Fermat και Pascal προωθεί σε περαιτέρω μελέτη.
- ▶ **18^{ος} Αιώνας:** ο Jacob Bernoulli μελετά επαναλαμβανόμενες ρίψεις νομισμάτων και εισάγει τον **πρώτο νόμο των μεγάλων αριθμών**. Οι Daniel Bernoulli, Leibniz, Bayes, και Lagrange συνεισφέρουν σημαντικά στη θεωρία, ο De Moivre εισάγει την **κανονική κατανομή** και αποδεικνύει το **κεντρικό οριακό θεώρημα**.

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΒΑΣΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

► **19^{ος} Αιώνας:** Ο **Laplace** δημοσιεύει βιβλίο για τη σπουδαιότητα της θεωρίας. Ο **Legendre** και **Gauss** χρησιμοποιούν Πιθανότητες για αστρονομικές προβλέψεις. Ο **Poisson** δημοσιεύει συνεισφορές και την δική του κατανομή. Ο **Chebyshev** και οι μαθητές του **Markov** και **Liapunov** ανεβάζουν το επίπεδο μαθηματικής αυστηρότητας και θεωρείται φυσική επιστήμη ως όριο επαναλαμβανομένων πειραμάτων και σχετικής συχνότητας.

► **20^{ος} Αιώνας:** Η σχετική συχνότητα εγκαταλείπεται σαν βασική έννοια και το αξιωματικό σύστημα εδραιώνεται, πράγμα που οδηγεί στη λογική ορθότητα. Η θεωρία πιθανοτήτων έχει εισχωρήσει στην επιστήμη και μηχανική και ερμηνεύει τους περισσότερο τύπους αβεβαιότητας.

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Μαθησιακές ικανότητες:

(α) Αντίληψη τυχαιοτητας

(β) Δειγματικός χώρος

(γ) Υπολογισμός πιθανότητας

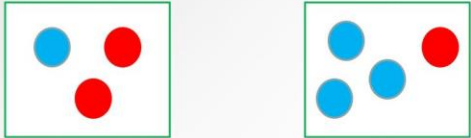
(δ) Αντίληψη σχέσεων; Ανεξαρτησία, Δέσμευση

(ε) Χρήση παραδειγμάτων: Αν θέλετε μια μπλε μπάλα ποιο κουτί θα διαλέγατε

- Προσχολική ηλικία: έννοιες δικαίου, τυχαίου και ευκαιρίας μέσα από διάφορα παιχνίδια (UNO, μονοπωλη...)

Example 4-31:

Box 1 contains 2 red balls and 1 blue ball . Box 2 contains 3 blue balls and 1 red ball . A coin is tossed . If it falls heads up ,box1 is selected and a ball is drawn . If it falls tails up ,box 2 is selected and a ball is drawn. Find the probability of selecting a red ball.

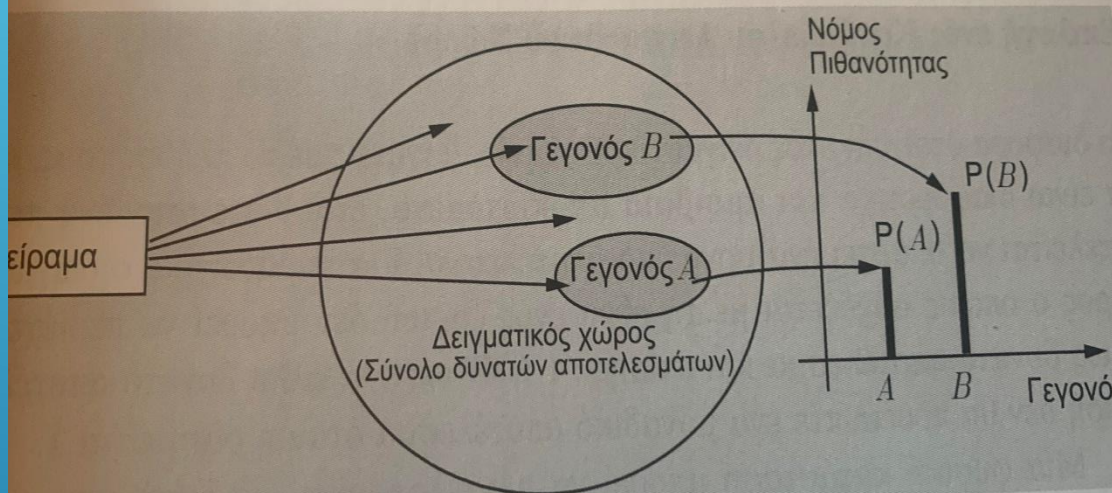


Box 1

Box 2

Note: This PowerPoint is only a summary and your main source should be the book.

ΜΕΛΕΤΗ ΓΙΑ ΠΑΙΔΙΑ : KEY UNDERSTANDING



Σχήμα 1.2: Τα κύρια συστατικά ενός μοντέλου πιθανότητας.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ



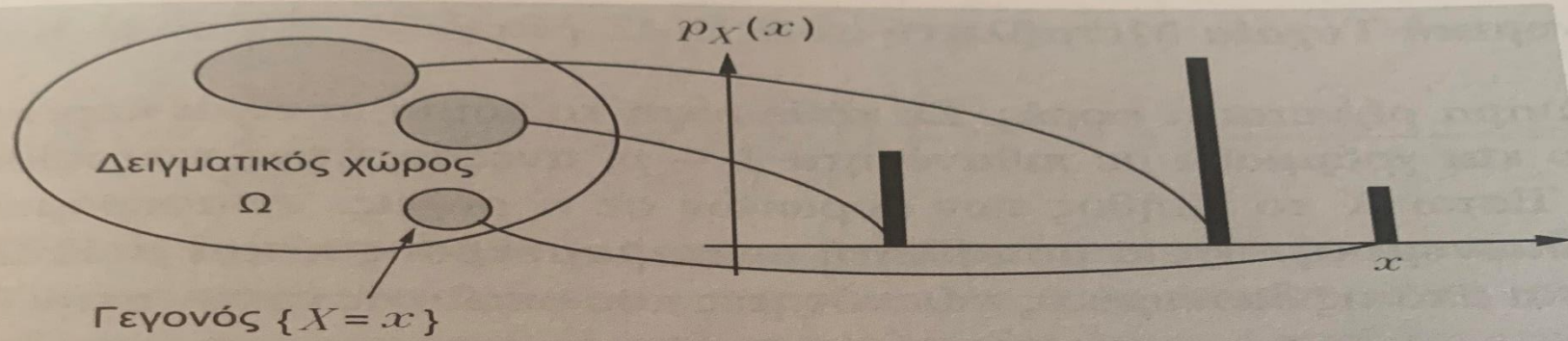
Probability Axioms

Given an event E in a **sample space** S which is either finite with N elements or countably infinite with $N = \infty$ elements, then we can write

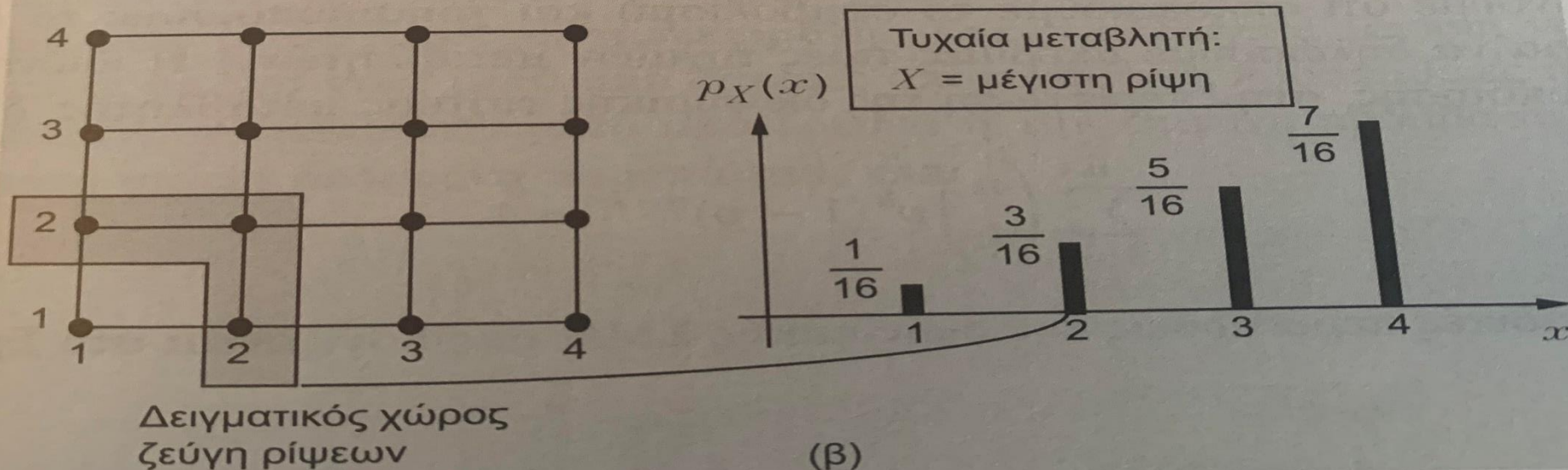
$$S \equiv \left(\bigcup_{i=1}^N E_i \right),$$

and a quantity $P(E_i)$, called the **probability** of event E_i , is defined such that

1. $0 \leq P(E_i) \leq 1$.
2. $P(S) = 1$.
3. Additivity: $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$, where E_1 and E_2 are mutually exclusive.
4. Countable additivity: $P(\bigcup_{i=1}^n E_i) = \sum_{i=1}^n P(E_i)$ for $n = 1, 2, \dots, N$ where $E_1, E_2, \dots$ are mutually exclusive (i.e., $E_1 \cap E_2 = \emptyset$).



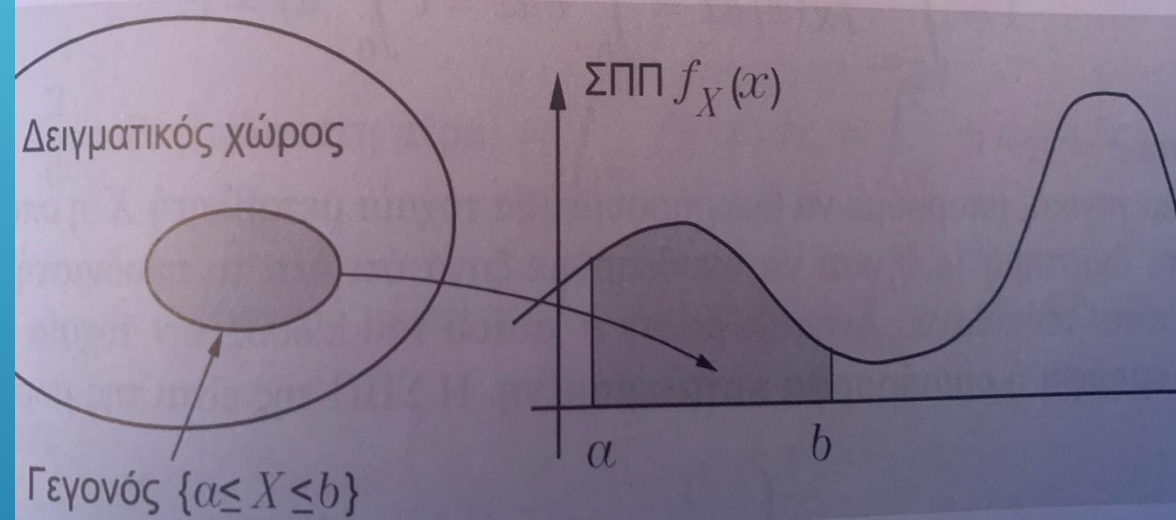
(α)



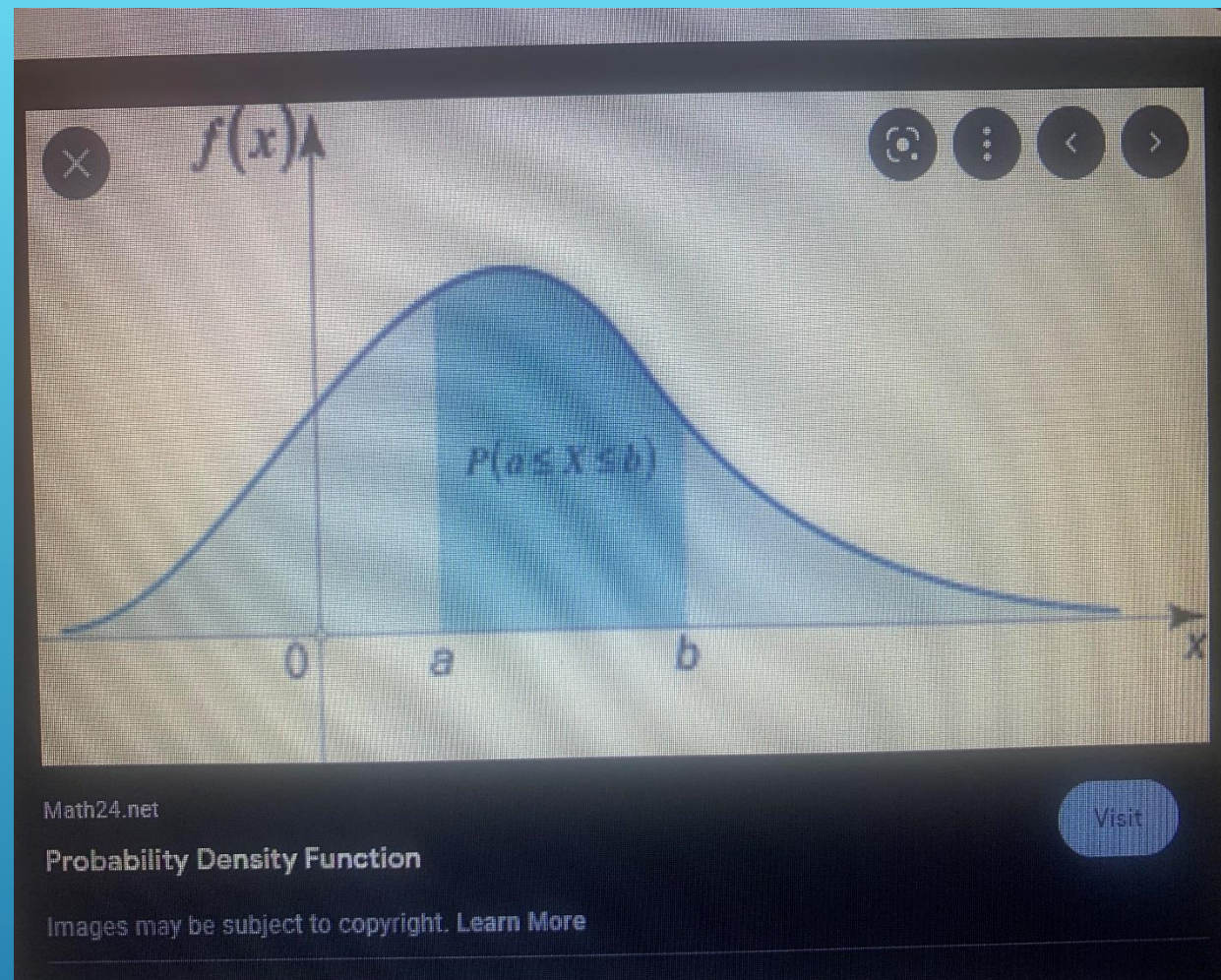
(β)

ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ

αίνει ότι το συνολικό εμβαδόν υπό τη γραφική παράσταση της ΣΠΠ
1.



μα 3.1: Αναπαράσταση μιας ΣΠΠ. Η πιθανότητα η X να παίρνει τιμή στο διάστημα $[a, b]$ είναι $\int_a^b f_X(x) dx$, που είναι το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής στο σχήμα.



ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΣΥΝΕΧΕΙΣ

- ▶ Αντιπροσωπευτικές τιμές:

- ▶ Μέση τιμή

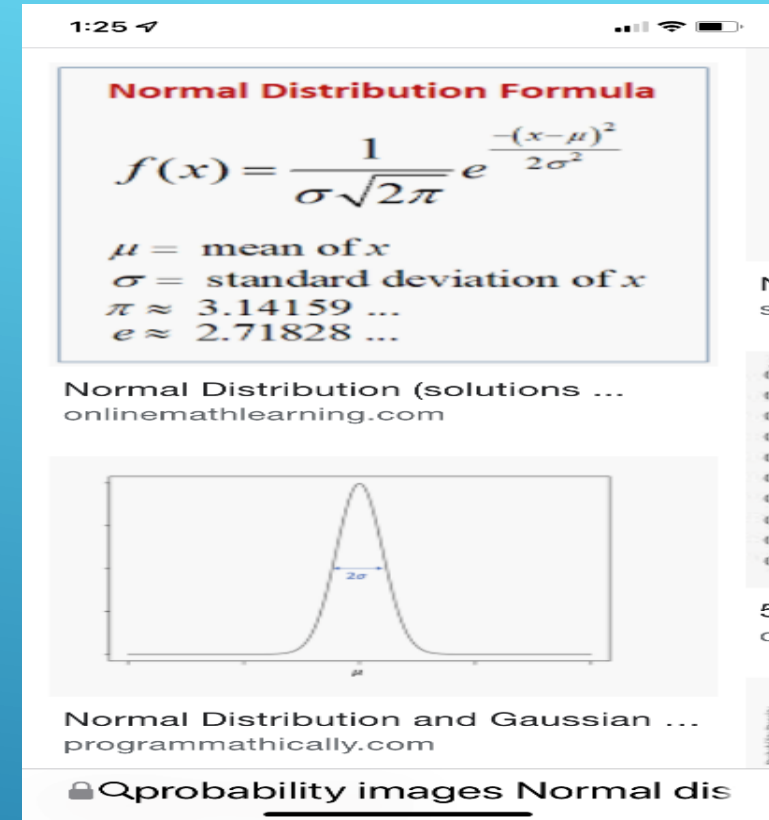
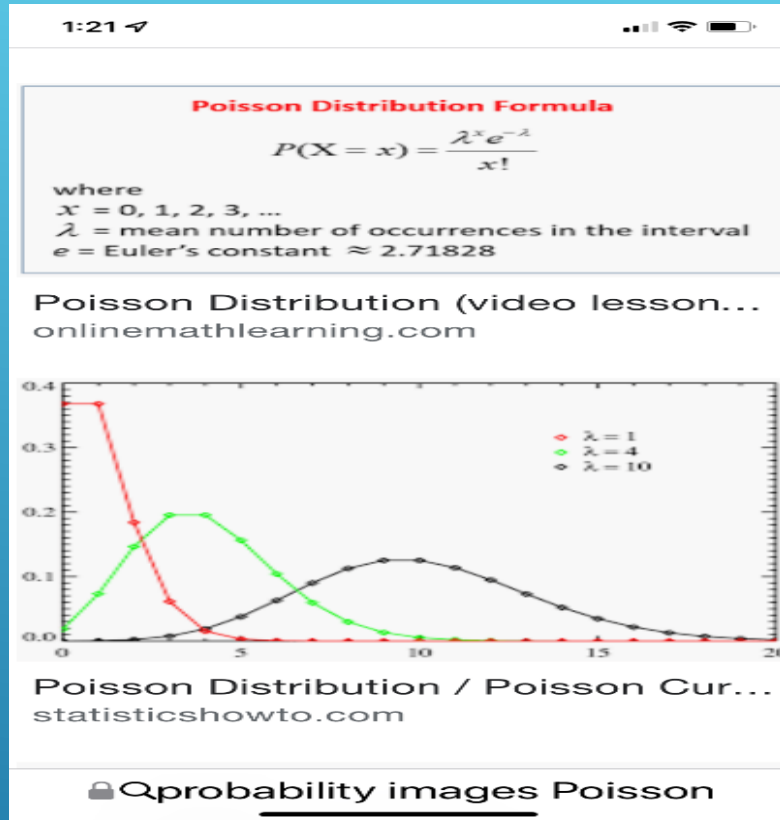
- ▶ Διασπορά

- ▶ Ισχύουν:

- ▶ Ανεξαρτησία

- ▶ Δέσμευση

ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ



ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ
POISSON (ΔΙΑΚΡΙΤΗ), ΚΑΝΟΝΙΚΗ (ΣΥΝΕΧΗΣ)

► **Ισχυρός νομός των μεγάλων αριθμών:**

► Η μέση τιμή ενός δείγματος τείνει στη πραγματική μέση τιμή με πιθανότητα ένα.

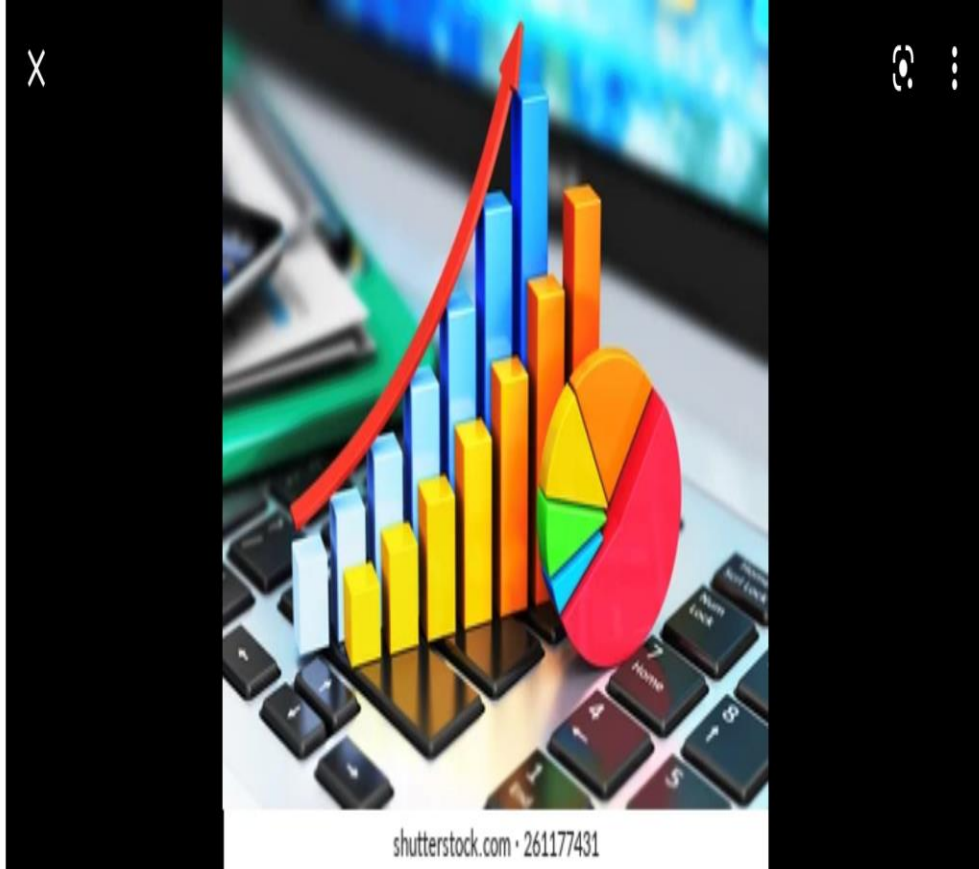
► **Κεντρικό οριακό θεώρημα:**

► Το άθροισμα ενός μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών έχει κατά προσέγγιση την κανονική κατανομή.

ΟΡΙΑΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

- ▶ Περιγραφική Στατιστική:
- ▶ Καμπύλες και σύνοψη δεδομένων
- ▶ Συμπερασματολογική Στατιστική:
- ▶ Βασισμένη σε δείγμα πληθυσμού
- ▶ Εκτίμηση παραμέτρων δείγματος και εξαγωγή συμπερασμάτων για τον πληθυσμό
- ▶ Εκτίμηση παραμέτρων και δυαδικός έλεγχος υπόθεσης

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ: ΔΕΔΟΜΕΝΑ, ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ, ΓΝΩΣΗ



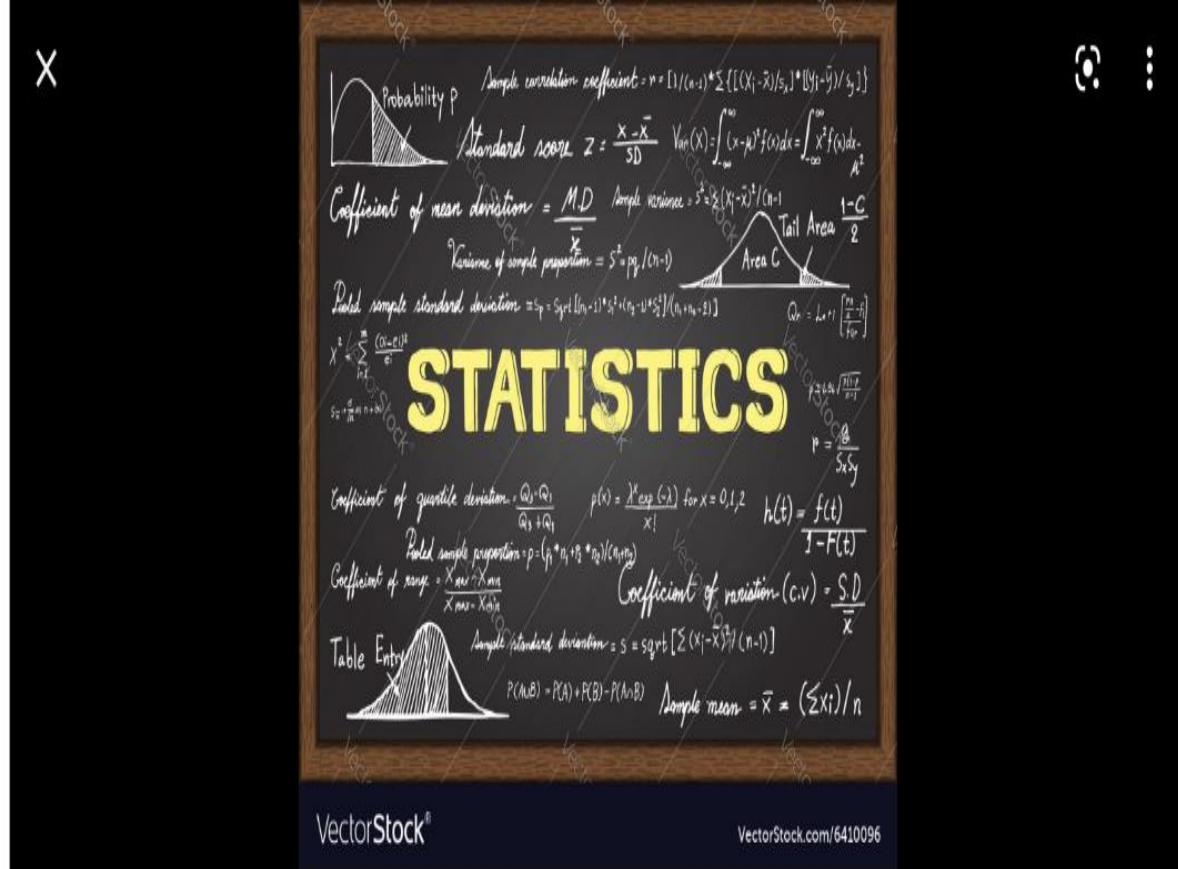
shutterstock.com • 261177431



Statistics Images, Stock Photos & Vectors | Shutterstock

Get this image on: [Shutterstock](#) | [Licence details](#)

[Visit](#)



VectorStock®

VectorStock.com/6410096



Statistics Royalty Free Vector Image - VectorStock

Get this image on: [VectorStock](#) | [Licence details](#)

Creator: [VectorStock.com/6410096](#)

[Visit](#)

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ



Hypothesis Testing Process

Claim: the population mean age is 50.
(Null Hypothesis:
 $H_0: \mu = 50$)



Population

Now select a random sample



Sample

Is $\bar{X}=20$ likely if $\mu = 50$?

If not likely,
REJECT
Null Hypothesis

Suppose the sample mean age is 20: $\bar{X} = 20$



Reason for Rejecting H_0

Sampling Distribution of $\bar{X}$



20

$\mu = 50$

If H_0 is true

If it is unlikely that we would get a sample mean of this value ...

... if in fact this were the population mean...

... then we reject the null hypothesis that $\mu = 50$.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ



MENSA FOUNDATION

Lesson 3: The law of large numbers

The more times we roll the die, the closer we will get to the outcome we expected ($1/6$). We call that the Law of Large Numbers — even if you don't get it to come out like you expect with a few tries, the more you do it, the closer you will come to the expectation.

Flip a penny 10 times and record how many times it lands on heads and how many times it lands on tails. Now flip it 100 times and record your results.

Did you get closer to a $\frac{1}{2}$ ratio the second time? That's the Law of Large Numbers at work. Remember, the Law of Large Numbers tells us that the more times you repeat an experiment, the closer the relative frequency will come to the probability.



- ▶ Ο νόμος των μεγάλων αριθμών:
- ▶ Όσο περισσότερες φορές ρίχνουμε ένα ζάρι τόσο πιο κοντά είμαστε στο $1/6$. Το ίδιο και με το νόμισμα όσο περισσότερες φορές τόσο πιο κοντά στο $\frac{1}{2}$.
- ▶ Ο νομός των μεγάλων αριθμών λέει, όσο περισσότερες φορές κάνουμε ένα πείραμα τόσο πιο κοντά θα έχουμε τη σχετική συχνότητα στη πιθανότητα.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

- ▶ Χρήση Θεωρίας Πιθανοτήτων σε πιο πρόσφατες εφαρμογές όπως η **Τεχνητή Νοημοσύνη** επι πρόσθετα μαθηματικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης.
- ▶ **CHATBOTS 'ΟΠΩΣ GPT-3**

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ (ARTIFICIAL INTELLIGENCE)